

حسابان برداری و معادلات دیفرانسیل جزئی: تصویر بزرگ

ساخته شده بر روی: آشنایی پایه با مفاهیم ریاضی (مختصات فضایی و زمان)

اهداف یادگیری

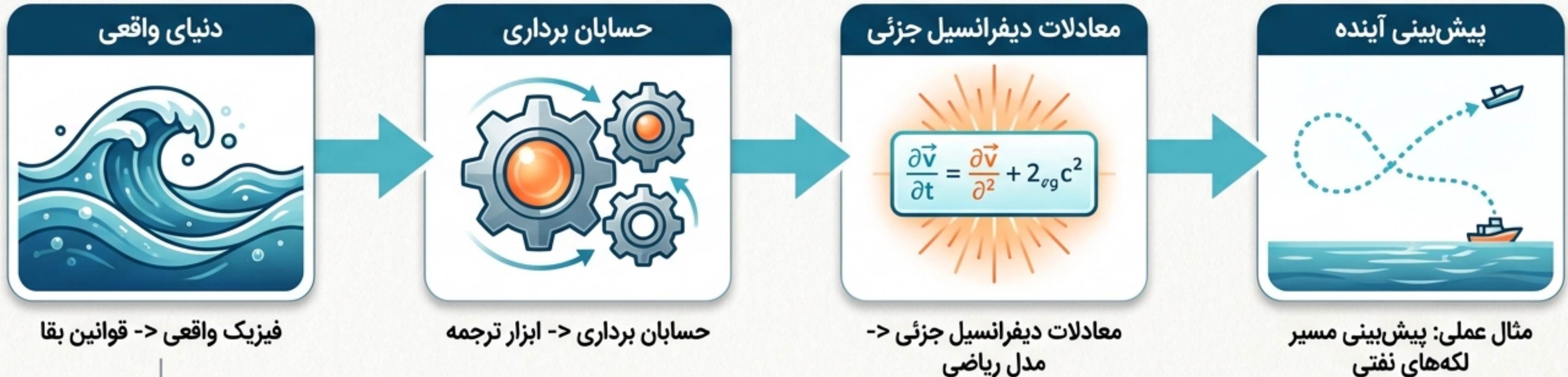
- **درک** حسابان برداری به عنوان زبان فیزیک
- ارتباط قوانین بقا و معادلات دیفرانسیل جزئی
- تبدیل مفاهیم فیزیکی به پیش‌بینی‌های مهندسی

توضیح اصلی

- **مفهوم:** نگاهی جامع به سیستم‌های دینامیکی.
- **درک شهودی:** PDE ها بیان ریاضی قوانین بقا هستند. حسابان برداری زبان ترجمه آنهاست.

مینی چک

Q: آیا PDE ها صرفاً ریاضیات انتزاعی هستند؟
A: خیر، آنها بیانگر قوانین فیزیکی دنیای واقعی هستند.
اشتباه رایج: تفکر اینکه حسابان برداری و PDEs کاملاً بی‌ارتباط هستند.



تبدیل فیزیک واقعی به پیش‌بینی‌های مهندسی

میدان‌های اسکالر (Scalar Fields)

Builds on: آشنایی با متغیرهای ساده در ریاضی

هدف: درک مفهوم میدان اسکالر و نمایش آن در فضا و زمان

مفهوم اختصاص دادن فقط یک عدد (اسکالر) به هر نقطه از فضا.

درک شهودی قدم زدن در یک اتاق و اندازه‌گیری فقط یک ویژگی مانند دما در هر نقطه.

Mechanism / Key points

پویایی: این مقادیر می‌توانند در طول زمان تغییر کنند.

نکته کلیدی ۲: نمایش ریاضی: تابع دما وابسته به مکان و زمان.

نکته کلیدی ۱: مقدار اسکالر فقط یک اندازه است و جهت ندارد.

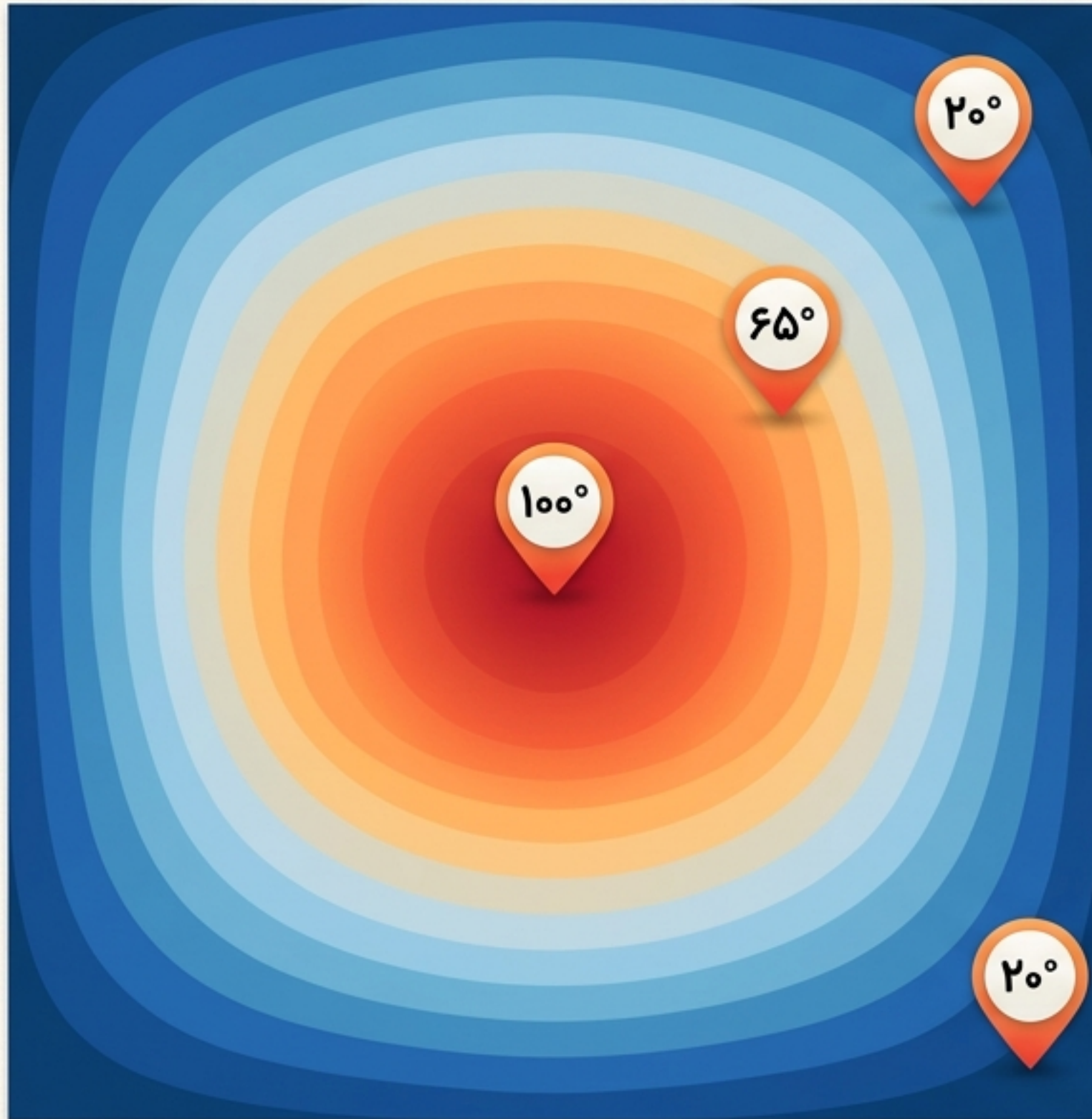
Common Mistake

اشتباه رایج اشتباه گرفتن میدان اسکالر با یک عدد ثابت برای کل سیستم؛ میدان در هر نقطه متفاوت است.

همانطور که در نمودار مشاهده می‌شود، دما در نقاط مختلف متفاوت است.

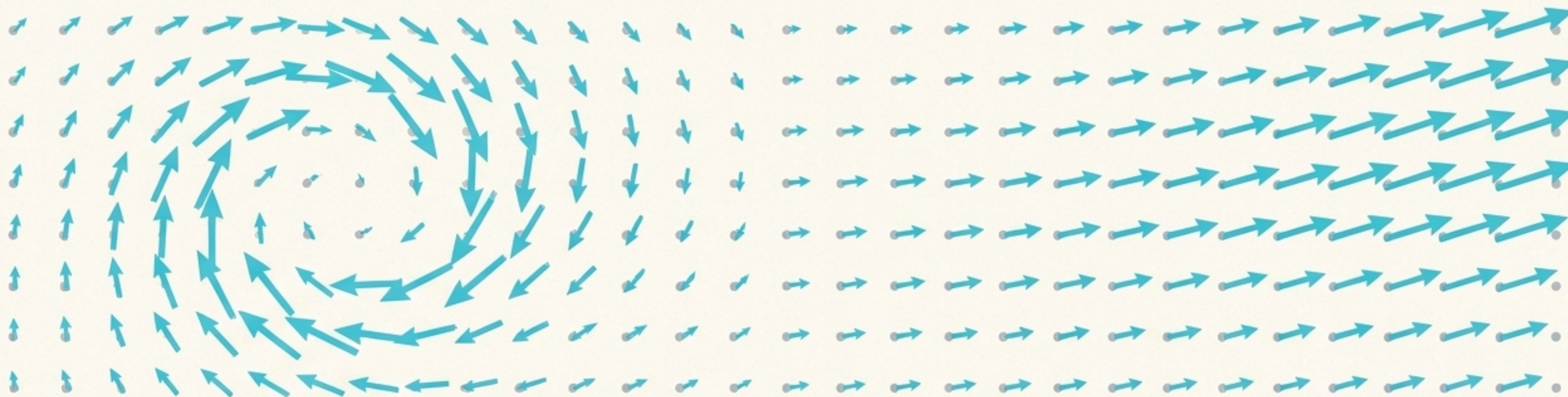
پرسش کوتاه (Mini Check) آیا سرعت باد یک میدان اسکالر است؟

پاسخ (Answer) خیر، سرعت علاوه بر اندازه، جهت هم دارد.



توزیع گرما روی یک صفحه فلزی که وسط آن حرارت داده شده است.

میدان‌های برداری (Vector Fields)



Builds on: «میدان‌های اسکالر»

Learning goal:

«درک میدان برداری به عنوان مجموعه‌ای از جهت‌ها و اندازه‌ها»

Core explanation:

مفهوم: تخصیص یک بردار (شامل اندازه و جهت) به هر نقطه از فضا.

درک شهودی: گندم‌زاری را تصور کنید که در باد تکان می‌خورد. جهت و شدت خم شدن هر خوشه، بردار باد است.

Mechanism / Key points:

شامل دو مؤلفه در فضای دوبعدی: افقی و عمودی.

با نماد پررنگ نمایش داده می‌شود.

نشان‌دهنده رفتار پویای محیط فیزیکی است.

Practical example:

«جریان آب در خلیج مکزیک؛ در هر نقطه، آب سرعت و جهت متفاوتی دارد.»

Mini check (Q):

«تفاوت متغیر ساده و بردار پررنگ چیست؟»

Mini check (A):

«متغیر ساده یک مؤلفه است، اما بردار پررنگ بردار شامل همه جهت‌هاست.»

Common mistake:

«تصور اینکه پیکان‌ها نشان‌دهنده جابجایی هستند؛ آن‌ها نشان‌دهنده سرعت لحظه‌ای‌اند.»

قوانین بقا (Conservation Laws)

Builds on: «فیزیک پایه و میدان‌های برداری»

Learning goal: «فهمیدن اینکه چرا معادلات دیفرانسیل در فیزیک وجود دارند»

Core explanation:

«مفهوم: مقادیر بنیادی در طبیعت نمی‌توانند از هیچ به وجود بیایند یا ناپدید شوند.»

«درک شهودی: آبی که وارد لوله می‌شود، یا خارج می‌گردد یا در حال پر کردن لوله است.»

Mechanism / Key points

«تغییرات مقدار ماده = ورودی منهای خروجی»

«قوانین پایه: بقای جرم، بقای تکانه و بقای انرژی.»

«این قوانین اساس تمام مدل‌های ریاضی هستند.»

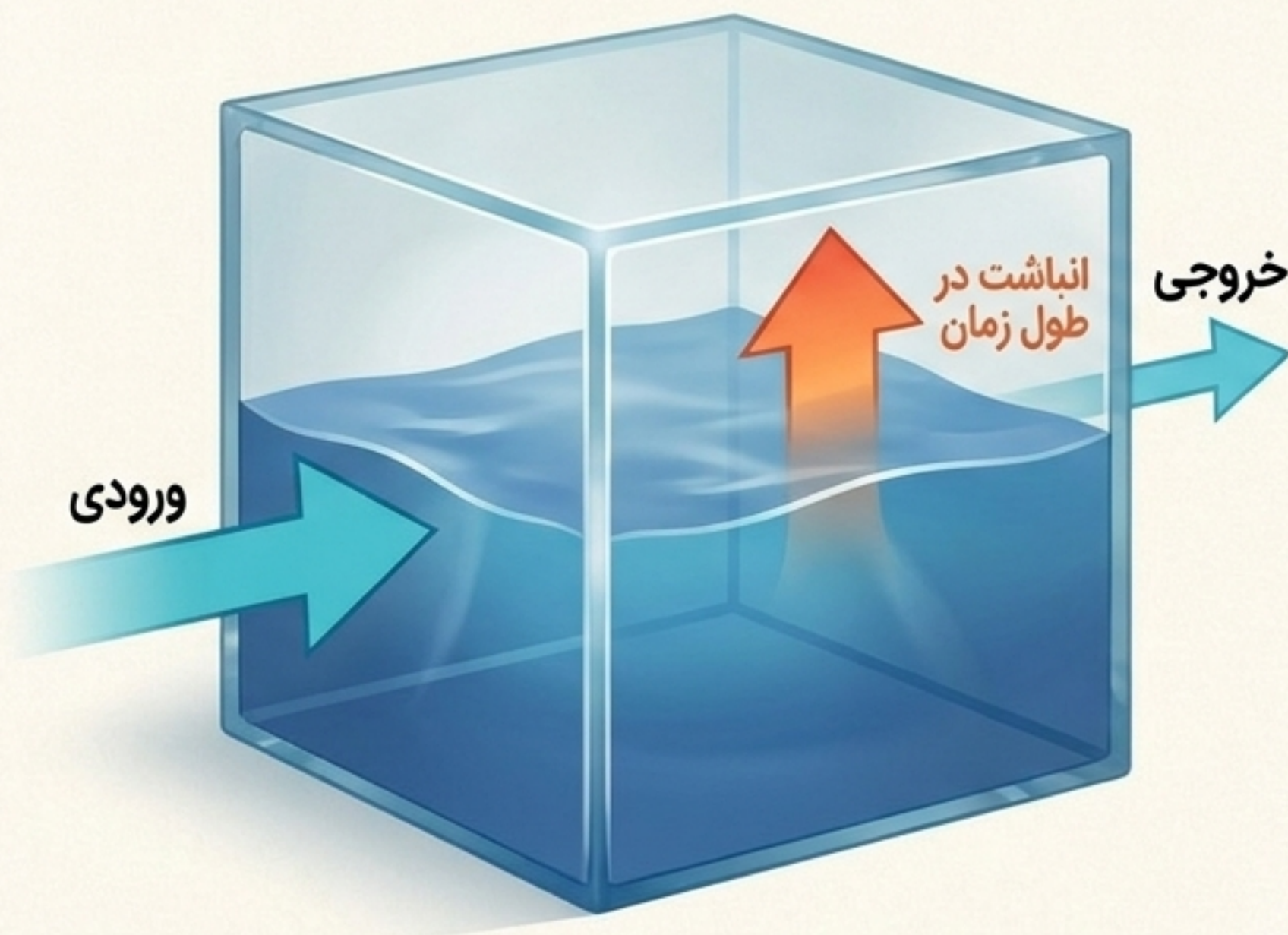
Practical example & Check

قانون بقای جرم تضمین می‌کند که هیچ حجمی از آب خلیج مکزیک به طور جادویی غیب نمی‌شود.»

Mini check (Q): اگر جریان آب به یک نقطه بسته همگرا شود چه رخ می‌دهد؟

Mini check (A): طبق قانون بقا، ارتفاع آب در آن نقطه باید در طول زمان افزایش یابد.»

Common mistake: ⚠ فراموش کردن نقش زمان؛ انباشتگی در طول زمان بسیار مهم است.»



معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی (PDEs)

Builds on:

قوانین بقا

Learning goal:

درک ساختار کلی PDEs و نقش آن‌ها در تولید میدان‌ها

تغییر در زمان

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f(u, \text{Space})$$

دینامیک غیرخطی محیط

Core explanation:

- مفهوم: معادلاتی که نشان می‌دهند یک میدان در مکان و زمان چگونه تغییر می‌کند.
- درک شهودی: ماشینی که قوانین بقا را می‌گیرد و لحظه بعد فیزیک را محاسبه می‌کند.

Mechanism / Key points:

- شامل مشتقات نسبت به زمان و مکان.
- جواب یک PDE، یک میدان کامل است نه یک عدد.
- این معادلات غالباً غیرخطی و پیچیده‌اند.

Practical example:

حل PDEs برای خلیج مکزیک نشان می‌دهد که دینامیک آب بین تابستان و زمستان چگونه عوض می‌شود.

Mini check (Q):

خروجی نهایی حل یک معادله PDE چیست؟

Mini check (A):

یک میدان برداری یا اسکالر در تمام نقاط فضا و زمان.

Common mistake (if relevant):

⚠ فکر کردن به اینکه حل این معادلات به صورت دستی ساده است.

نسخه کامل این فایل آموزشی را دریافت کنید

شما در حال مشاهده پیش‌نمایش 5 صفحه از مجموع 20 صفحه هستید.
برای دسترسی به فایل کامل به لینک اختصاصی زیر مراجعه کنید.



خرید مستقیم از طریق سایت



خرید از طریق ربات تلگرام



پشتیبانی

تولید محتوا: جواد مردوخی | ریاضیات مفهومی