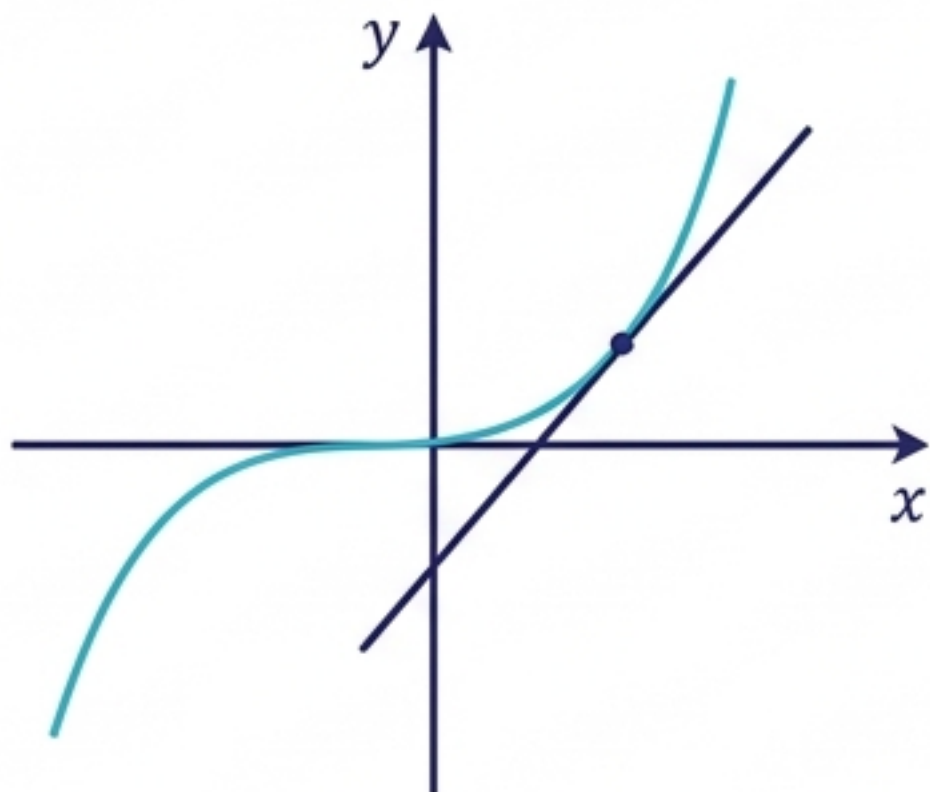


درک شهودی مشتق مختلط (Complex Derivatives)

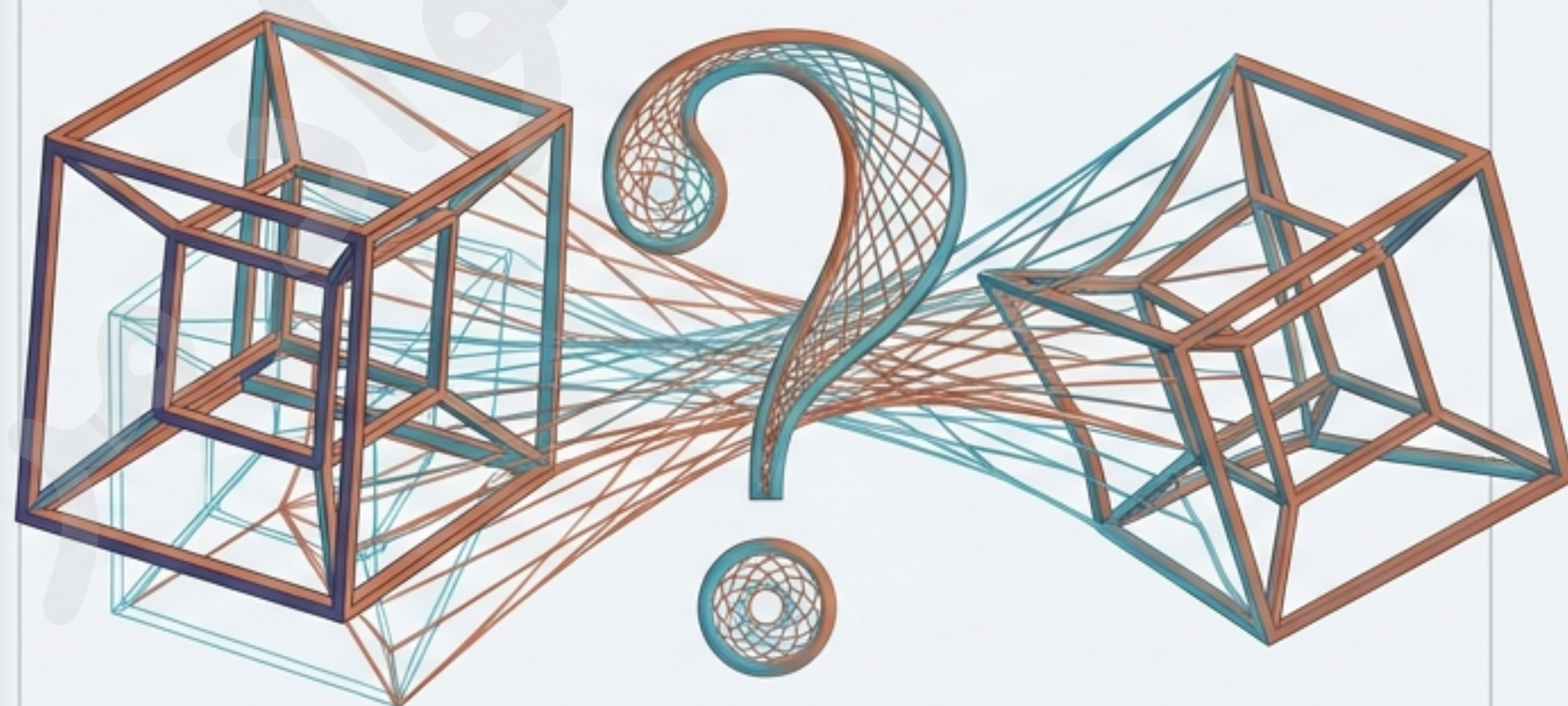
حقیقی - ساده

مشتق به عنوان شیب خط مماس روی نمودار ۲ بعدی.



مختلط - فضای ۴ بعدی

ورودی ۲ بعدی و خروجی ۲ بعدی، رسم نمودار را در دنیای ۳ بعدی ما غیرممکن می‌کند!



اهداف یادگیری

۱. گذر از نگاه سنتی به مشتق به عنوان شیب.
۲. درک مشتق به عنوان یک تبدیل هندسی.
۳. آشنایی با توابع هولومورفیک و معادلات کوشی-ریمان.

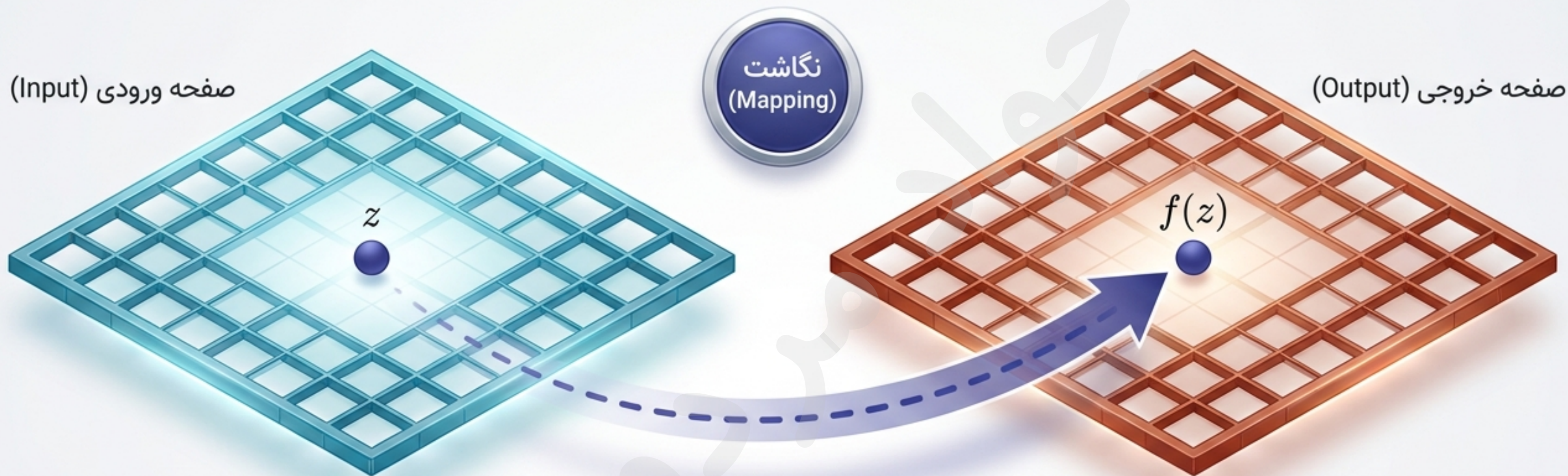
مفهوم اصلی

مشتق توابع مختلط دیگر شیب یک نمودار نیست؛ بلکه یک نیروی مقیاس‌دهنده و چرخاننده (Transformation) است که ورودی را به خروجی تبدیل می‌کند.

ارزیابی اولیه

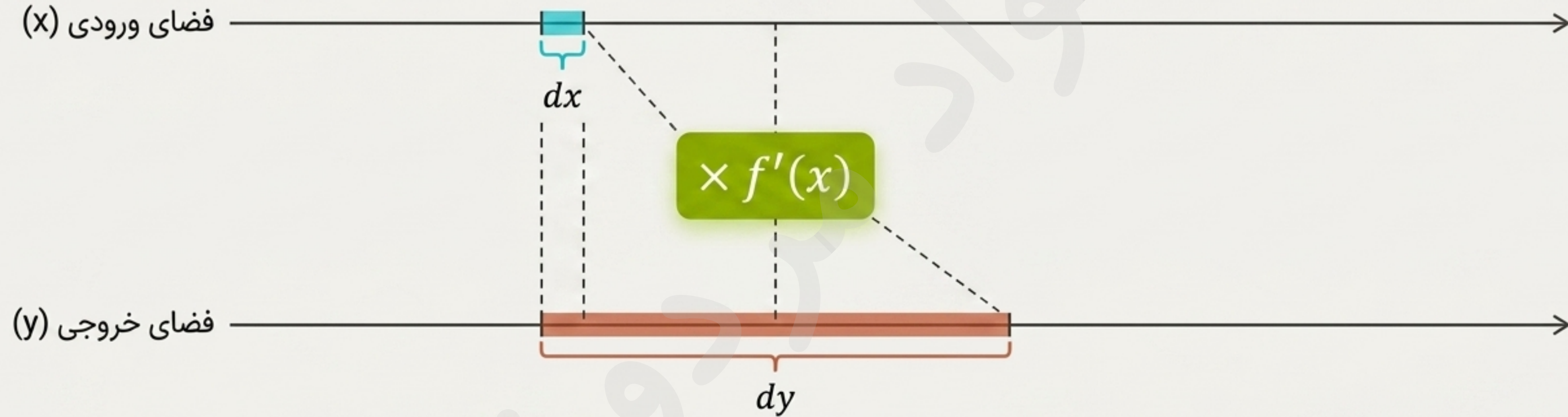
سوال: چرا نمی‌توانیم نمودار تابع $f(z)$ را رسم کنیم؟
پاسخ: زیرا به یک فضای ۴ بعدی نیاز داریم.
مثال کاربردی: همان‌طور که تجسم یک مکعب ۴ بعدی (تسرکت) روی کاغذ دشوار است، نمودار توابع مختلط نیز به ابزاری متفاوت نیاز دارد.

چالش اصلی: استفاده از نگاشت به جای نمودار



مفهوم	شهود	مکانیزم	مثال کاربردی	بررسی سریع
استفاده از دو صفحه مجزا به جای یک نمودار واحد برای دور زدن محدودیت ۴ بُعدی.	به جای رسم یک خط ممتد، تبدیل و جابه‌جایی یک نقطه از فضای اول به فضای دوم را ردیابی می‌کنیم.	نقطه تولید شده در صفحه دوم، تصویر (Image) نقطه اولیه نامیده می‌شود. این پایه بررسی تغییرات است.	نشانگر لیزری روی یک نقشه (ورودی) حرکت می‌کند و بازوی رباتیک، سایه آن را روی بوم نقاشی دیگری (خروجی) رسم می‌کند.	سوال: تابع مختلط روی چند صفحه تجسم می‌شود؟ پاسخ: دو صفحه مجزا (ورودی و خروجی).

نگاه دیفرانسیلی به مشتق حقیقی



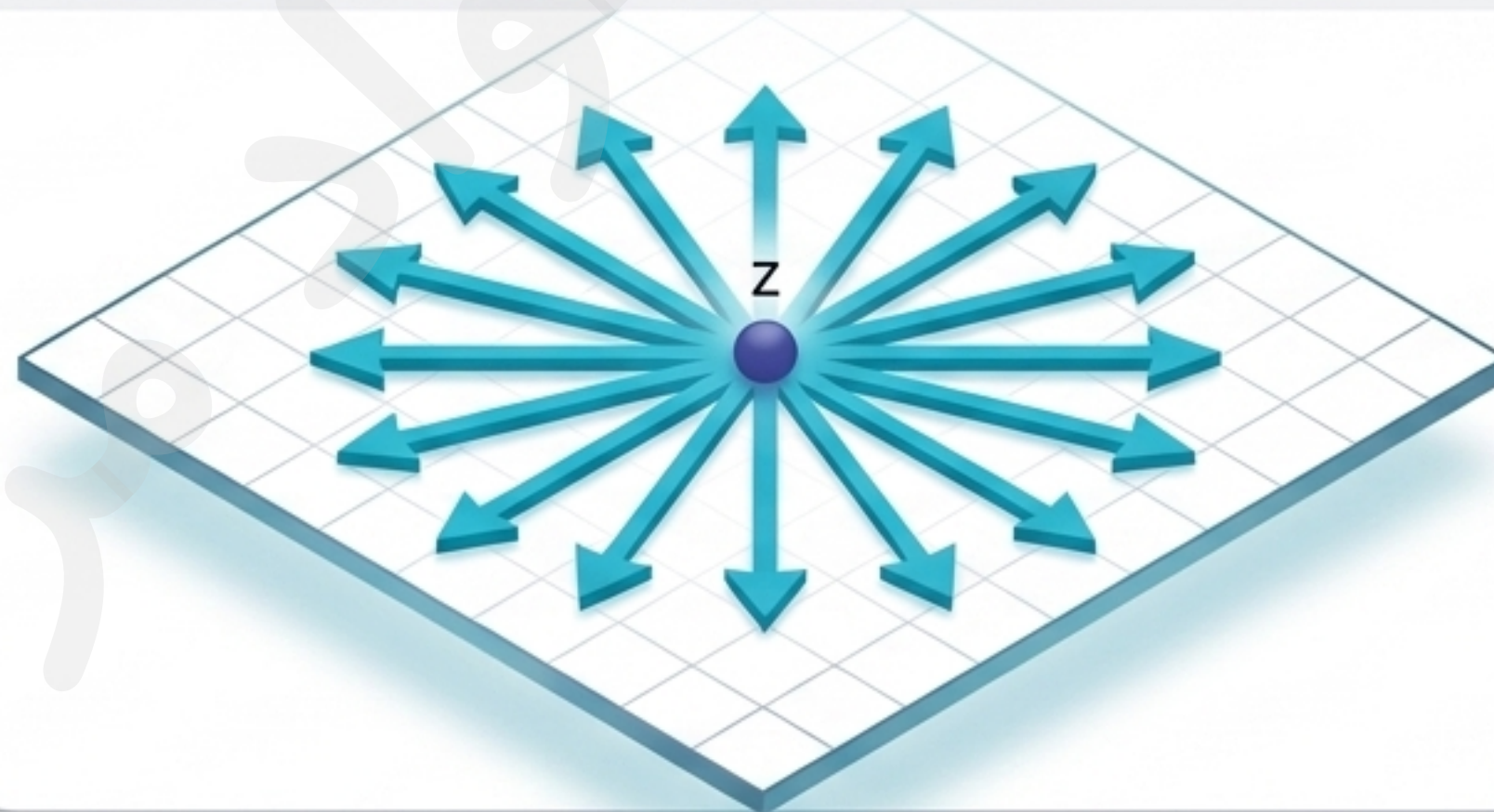
مفهوم:	شهود:	مکانیزم:	مثال کاربردی:	بررسی سریع:
دیفرانسیل حقیقی: $dy = f'(x)dx$	به جای کسر شیب، مشتق را به عنوان یک ضریب تغییر مقیاس (Scaling Factor) در یک گام بی نهایت کوچک ببینید.	اگر گام کوچک dx برداریم، این گام در خروجی به اندازه $f'(x)$ کشیده یا فشرده می شود.	در تابع $f(x)=x^2$ ، در نقطه $x=1$ مشتق برابر ۲ است. سایه گام dx در خروجی دقیقاً ۲ برابر کشیده می شود.	سوال: اگر مشتق ۴ باشد، گام $dx=0.1$ چه خروجی می دهد؟ پاسخ: فضای خروجی ۴ برابر کشیده شده و $dy=0.4$ می شود.

دیفرانسیل در فضای مختلط: بی‌نهایت جهت

حقیقی: گام ۱ بعدی (dx)



مختلط: بی‌نهایت جهت گام (dz)



مفهوم	شهود	مکانیزم	مثال کاربردی	بررسی سریع
معادله دیفرانسیل مختلط: $df = f'(z)dz$	برخلاف فضای حقیقی که فقط چپ و راست می‌رویم، در فضای ۲ بعدی مختلط می‌توانیم در بی‌نهایت جهت گام برداریم.	بردار ورودی dz از طریق ضرب شدن در ضریب مختلط $f'(z)$ به بردار خروجی df تبدیل می‌شود.	مانند قدم زدن در یک میدان باز به جای حرکت روی یک طناب باریک؛ شما ۳۶۰ درجه حق انتخاب دارید.	سوال: تفاوت اصلی dx با dz چیست؟ پاسخ: گام dx فقط روی یک خط است، اما dz در هر جهتی در صفحه حرکت می‌کند.

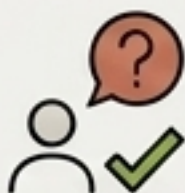
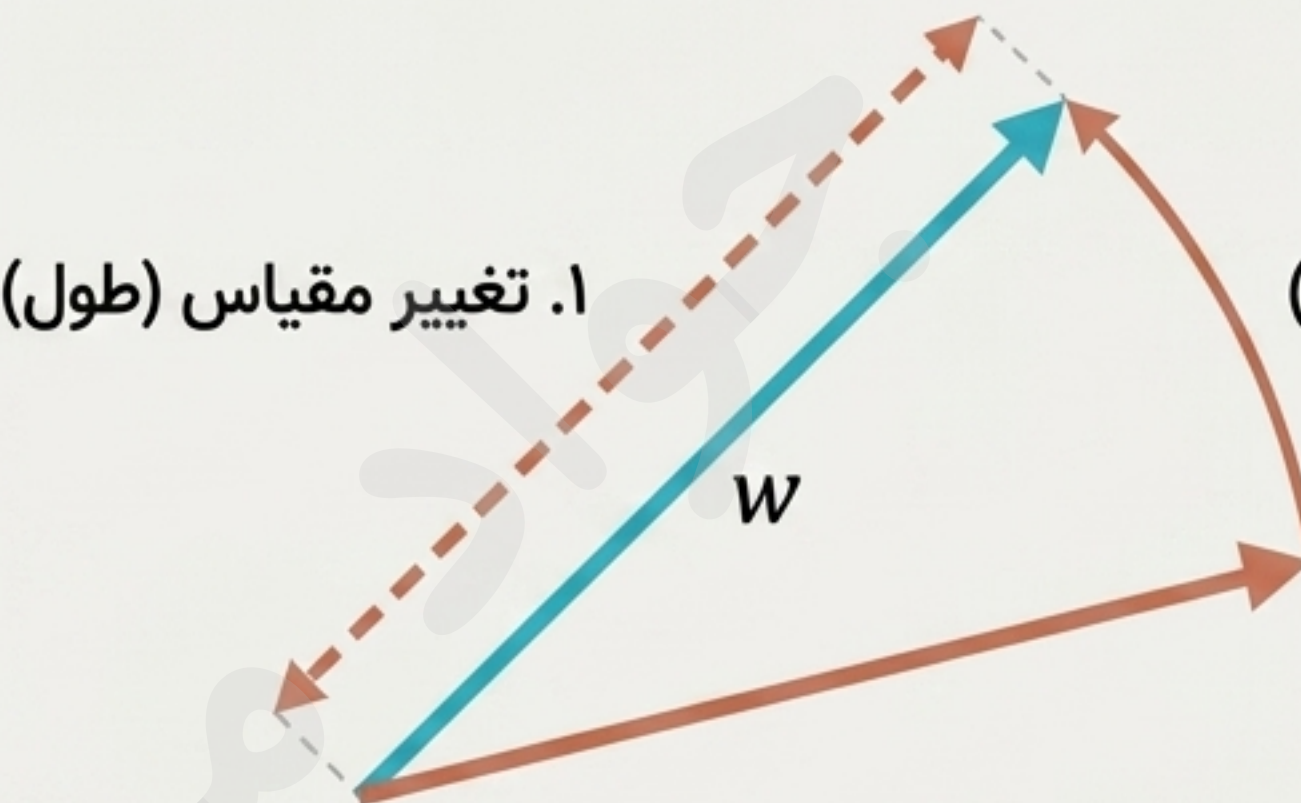
اثر هندسی ضرب مختلط

فرمول قطبی ضرب:

$$z \times w = (r_1 r_2) e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

۱. تغییر مقیاس (طول)

۲. چرخش (زاویه)



بررسی سریع:

سوال: ضرب بردار در عدد i چه اثری دارد؟
پاسخ: چون طول آن ۱ است، بردار فقط ۹۰ درجه می‌چرخد (بدون تغییر طول).



مثال کاربردی:

ضرب یک بردار در عدد $2e^{i\pi/3}$ باعث می‌شود بردار ۲ برابر بلندتر شده و ۶۰ درجه پادساعت‌گرد بچرخد.



مکانیزم:

وقتی بردار dz در $f'(z)$ ضرب می‌شود، یک تبدیل کامل هندسی (کشیدگی + چرخش) روی آن اعمال می‌گردد.



شهود:

طول‌ها در هم ضرب می‌شوند و زاویه‌ها با هم جمع می‌گردند.



مفهوم:

ضرب در یک عدد مختلط معادل ترکیب همزمان چرخش و تغییر مقیاس است.

نسخه کامل این فایل آموزشی را دریافت کنید

شما در حال مشاهده پیش‌نمایش 5 صفحه از مجموع 20 صفحه هستید.
برای دسترسی به فایل کامل به لینک اختصاصی زیر مراجعه کنید.



خرید مستقیم از طریق سایت



خرید از طریق ربات تلگرام



پشتیبانی

تولید محتوا: جواد مردوخ | ریاضیات مفهومی